Secretaria de Educación del
Estado de México

Colegio de Bachilleres del Estado de México
Plantel 16 Coyotepec

Pensamiento Matemático III

3er Semestre

2025-II

Profesor: Juan Francisco Cordova Ortega
Correo Electrónico: juanfranciscocordova16@my.cobaemex.edu.mx
Página Web: https://cordortega.wixsite.com/cobaem

Nombre del Alumno: ______________________________ Grupo: ________________ Turno: ______________

Contenido del Portafolio

Misión

Impartir estudios de bachillerato general a través de un marco curricular común, basado en el desarrollo de competencias que formen de manera integral jóvenes responsables, solidarios y comprometidos, capaces de incorporase a la educación superior y al sector productivo que les permita mejorar su calidad de vida.

Visión

Ser una institución de educación media superior que se distinga a nivel estatal y nacional por su calidad, liderazgo académico y por el desarrollo del perfil de egreso de sus estudiantes, mediante la implementación de programas de mejora continua en un ambiente de responsabilidad y disciplina académica.

Programa de estudios del Recurso Sociocognitivo

Pensamiento Matemático III
Semestre: 3

Horas Semanales			Horas Semestrales		
MD	EI	Total	MD	EI	Total
4	1	5	64	16	80

MD, Mediación Docente: Es el proceso de interacción pedagógica que busca generar experiencias de aprendizaje significativo en los estudiantes. En este proceso, el docente actúa como mediador para facilitar el aprendizaje de los alumnos.

EI: Estudio Independiente: Es el tiempo que un estudiante dedica a realizar actividades de aprendizaje de forma autónoma, bajo la guía de un docente. El estudio independiente es una estrategia instructiva alternativa que permite a los estudiantes completar sus estudios fuera del salón de clases, de acuerdo con sus necesidades y estilos de aprendizaje.

Progresiones

1	Genera intuición sobre conceptos como variación promedio, variación instantánea, procesos infinitos y movimiento a través de la revisión de las contribuciones que desde la filosofía y la matemática hicieron algunas y algunos personajes históricos en la construcción de ideas centrales para el origen del cálculo.
2	Analiza de manera intuitiva algunos de los problemas que dieron origen al cálculo diferencial, en particular el problema de determinar la recta tangente a una curva en un punto dado.
3	Revisa situaciones y fenómenos donde el cambio es parte central en su estudio, con la finalidad de modelarlos aplicando algunos conocimientos básicos de funciones reales de variable real y las operaciones básicas entre ellas.
4	Analiza la gráfica de funciones de variable real buscando simetrías, y revisa conceptos como continuidad, crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos relativos, concavidades, entre otros, resaltando la importancia de éstos en la modelación y el estudio matemático.
5	Conceptualiza el límite de una función de variable real como una herramienta matemática que permite comprender el comportamiento local de la gráfica de una función.
6	Identifica y contextualiza la continuidad de funciones utilizadas en la modelación de situaciones y fenómenos y hace un estudio, utilizando el concepto de límite, de las implicaciones de la continuidad de una función tanto dentro del desarrollo matemático mismo, como de sus aplicaciones en la modelación.
7	Interpreta, a partir de integrar diferentes perspectivas y métodos, el concepto central del cálculo diferencial, "la derivada", de forma intuitiva e intenta.0 dar una definición formal, así como la búsqueda heurística para encontrar la derivada de la función constante, lineal y algunas funciones polinomiales
8	Encuentra de manera heurística algunas reglas de derivación como la regla de la suma, la regla del producto, la regla del cociente y la regla de la cadena y las aplica en algunos ejemplos.
9	Selecciona una problemática en la que el cambio sea un factor fundamental en su estudio para aplicar el concepto de la derivada como razón de cambio instantánea.
10	Explica y socializa el papel de la derivada para analizar una función (donde crece/decrece, máximo/mínimos locales, concavidades) y traza su gráfica.
11	Resuelve problemas de su entorno o de otras áreas del conocimiento empleando funciones y aplicando la derivada (e.g. problemas de optimización), organiza su procedimiento y lo somete a debate.
12	Examina la gráfica de funciones logarítmicas con diferentes bases y las gráficas de las funciones exponenciales para describirlas y realizar afirmaciones sobre el significado de que la función exponencial y logarítmicas de base "a" sean funciones inversas entre sí.
13	Analiza y describe un fenómeno en el que la periodicidad sea un constituyente fundamental a través del estudio de propiedades básicas funciones trigonométricas.
14	Selecciona una problemática, situación o fenómeno tanto real como ficticio para modelarlo utilizando funciones derivables.
15	Considera y revisa algunas ideas subyacentes al teorema fundamental del cálculo.

Criterios de Evaluación

	1er Parcial	2do Parcial	Final
Evaluación Continua	60%	60%	-
Planea	10%	10%	-
Construye-T	10%	10%	-
Proyecto Transversal	20%	20%	-
Proyecto	-	-	20%
	100 %	100 %	20%

Horario de Mediación Docente

Grupo/Aula	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes

Horario de Asesorías Docente

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes

Calendario Escolar

Agosto

D	L	M	M	J	V	S
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

Septiembre

D	L	M	M	J	V	S
	⇥	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	✈	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

Octubre

D	L	M	M	J	V	S
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	🕮	24	25
26	27	28	29	30	31	

Noviembre

D	L	M	M	J	V	S
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	✈	18	19	20	21	22
30	24	25	26	27	🕮	29
30						

Diciembre

D	L	M	M	J	V	S
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	~~12~~	13
14	~~15~~	~~16~~	~~17~~	~~18~~	🕮	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

Enero

D	L	M	M	J	V	S
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	~~12~~	~~13~~	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17
18	~~19~~	20	21	22	⇤	24
25	26	🕮	28	29	30	31

Anotaciones

- ⇥ Inicio de Semestre
- ⇤ Fin de Semestre
- ✈ Festivos
- 🕮 Juntas de academia
- ☒ Periodos oficiales de calificaciones
- ■ Días de descanso

Fechas Importantes

Primer parcial: 13 l 17 de octubre
Segundo Parcial: 12 al 18 de diciembre
Final: *1er parte: 13 al 17 de octubre*
2da parte: 15 al 16 de diciembre
Captura: 12 al 19 de enero
Periodo de recuperación: 26 al 30 de enero

Nota: Recordemos que los periodos de evaluación de materia son de captura, al momento de cada una de ellas, los alumnos ya deben haber realizado y evaluado las actividades

Reglamento Interno

Asistencia y Estancia

- Entrada al aula puntual, de llegar tarde, **esperar en la puerta ordenados y en silencio, atendiendo lo que sucede dentro de clase**, para que después del pase de asistencia o se concluya la actividad que involucre la atención del docente (explicación, revisiones, etcétera), se permita la entrada registrando el retardo.
- Salidas al **sanitario**, **papelería**, **orientación**, **prefectura**, **subdirección** o **dirección**, una por clase para cada persona, en orden, una persona a la vez, previo registro en formato disponible en papelería, sin hoja de registro no abra salidas, es responsabilidad de todo el grupo contar con una hoja para salidas para cada sesión, esta se deberá pegar exclusivamente con cinta adhesiva en la puerta o pared junto a esta. Si existe una causa de fuerza mayor, deberá de enterar al docente sobre la misma para llegar a acuerdos. Nota: **No existe el permiso de ir a la cafetería.**
- Respeto al orden de las filas y sentido de estas (apuntando hacia frente), no se podrán colocar bancas entre filas, Prohibido Ingerir alimentos durante la sesión, solo estará permitido tomar agua, Mantener su espacio, butaca y aula limpia, sin recortes de papeles, envolturas o cualquier otra basura.

De Evaluación

- Contar con su portafolio de evidencias impreso para el trabajo de la materia (Este está disponible en la página de internet https://cordortega.wixsite.com/cobaem y en la papelería desde el día de inscripciones al semestre en curso), **de no tenerlo, realizar las evidencias en un cuaderno**, pero deberá transcribir los encabezados de cada evidencia y rubrica de evaluación para poder registrar su evidencia.
- Las ponderaciones de las evidencias se identifican conforme los siguientes rubros y ponderaciones generales:

Normal: el día de la evidencia o al término del tiempo indicado por el docente al inicio de la sesión	Excelente Bueno Suficiente Insuficiente	100 % 80 % 70 % 30 %	**Tardía**: la revisión en la sesión inmediata a la normal	Excelente Bueno Suficiente Insuficiente	80 % 70 % 60 % 30 %	**Extemporánea**: cualquier otro momento del semestre que no sea normal o tardío	Excelente Bueno Suficiente Insuficiente	60 % 50 % 40 % 30 %

- Los justificantes oficiales avalan la revisión Tardía durante la primera semana posterior a la fecha del justificante, posteriormente extemporáneo.
- Alumnos que asistan y no presenten evidencias solicitadas, se colocara insuficiente de forma directa según sea el momento (Normal, Tardío, Extemporáneo).
- Toda evidencia cuyo resultado sea insuficiente, en cualquiera de las tres modalidades (normal, tardío o extemporáneo), podrán ser mejoradas llenando asistiendo a tutorias y presentarlas nuevamente al docente (Nota: la evaluación se mejora como Normal, Tardío y Extemporáneo conforme se registró la insuficiencia).
- Si dentro de la evidencia, existen rayones, dibujos, grafitis o cualquier otra anotación ajena a la evidencia, esta bajara una ponderación.
- La omisión de colocar nombre, fecha, reducen el resultado de esta, tomando la inferior de la obtenida.
- Las evaluaciones (cuestionarios), se realizan en forms de Google, se encuentra disponible mediante códigos QR y liga de acceso al final de cada bloque de este portafolio, la evaluación del cuestionario es extra a la evaluación continua, utilizándose como estrategia de mejora de sus resultados, por lo que no existirá reapertura.
- De no lograr acreditar al final de cada parcial con una calificación de 6.0 o superior, el alumno podrá utilizar el puntaje de su trabajo final de cada parcial para solventar hasta 1 punto para alcanzar su 6.0, de no presentarse a firma de evaluación, esta se ajustará automáticamente.
- Acatarse a los criterios de evaluación establecidos, no hay trabajos extra, solo los contemplados desde un inicio conforme las ponderaciones indicadas en cada evidencia.
- Las revisiones se efectúan en dos formatos:
    - formados al frente del salón a partir del escritorio del docente, y pegados a la pared, sin dejar disponible la visibilidad al salón y a la entrada de este. No se puede apartar lugares ni perder la compostura durante la estancia en la fila.
    - Llamados en orden conforme lista, para pasar a revisión, si el alumno al momento de ser llamado no pasa, deberá esperar al final si todavía hay tiempo en la sesión o se asignara la calificación Insuficiente que corresponda.

PRIMER PARCIAL

Fundamentos Teóricos del Calculo (FTC)

Progresiones	Metas	Categorías	Subcategorías
1: Genera intuición sobre conceptos como variación promedio, variación instantánea, procesos infinitos y movimiento a través de la revisión de las contribuciones que desde la filosofía y la matemática hicieron algunas y algunos personajes históricos en la construcción de ideas centrales para el origen del cálculo.	**M3** Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del Pensamiento Matemático, de Áreas de Conocimiento, Recursos Sociocognitivos, Recursos Socioemocionales y de su entorno.	**C3** Solución de problemas y modelación.	**S3** Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios
	M1 Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamenzte el lenguaje matemático y el lenguaje natural.	**C4** Interacción y lenguaje matemático.	**S2** Negociación de significados.
2: Analiza de manera intuitiva algunos de los problemas que dieron origen al cálculo diferencial, en particular el problema de determinar la recta tangente a una curva en un punto dado.	**M3** Aplica procedimientos, técnicas y lenguaje matemático para la solución de problemas propios del Pensamiento Matemático, de Áreas de Conocimiento, Recursos Sociocognitivos, Recursos Socioemocionales y de su entorno.	**C3** Solución de problemas y modelación.	**S3** Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios
	M1 Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural.	**C4** Interacción y lenguaje matemático.	**S2** Negociación de significados.
3: Revisa situaciones y fenómenos donde el cambio es parte central en su estudio, con la finalidad de modelarlos aplicando algunos conocimientos básicos de funciones reales de variable real y las operaciones básicas entre ellas	**M1** Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.	**C3** Solución de problemas y modelación.	**S1** Uso de modelos.
4: Analiza la gráfica de funciones de variable real buscando simetrías, y revisa conceptos como continuidad, crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos relativos, concavidades, entre otros, resaltando la importancia de éstos en la modelación y el estudio matemático.	**M1** Observa y obtiene información de una situación o fenómeno para establecer estrategias o formas de visualización que ayuden a entenderlo.	**C3** Procesos de intuición y razonamiento.	**S1** Capacidad para observar y conjeturar. **S2** Pensamiento intuitivo.

Evidencias

Clave	Actividad	Página(s)	Excelente	Bueno	Suficiente	Insuficiente	Periodo ordinario de realización
FTC-E01	Antecedentes del cálculo	7 a 13	1.20	0.96	0.84	0.36	1 al 5 de septiembre
FTC-E02	Introducción al limite	14 a 17	1.20	0.96	0.84	0.36	8 al 12 de septiembre
FTC-E03	Análisis de la gráfica de funciones reales	18 a 24	1.20	0.96	0.84	0.36	15 al 19 de septiembre
FTC-CU	Cuestionario de Cierre	25	0.50				19 al 22 de septiembre

FTC-E01: Antecedentes del Cálculo			
Nombre del alumno:		**Fecha:**	

Actividades:	**1.**	Realización de la lectura
	2.	Revisión de videos y registro de observaciones
	3.	Elaboración de línea de tiempo
	4.	Resolver el cuestionario

Instrucciones: Realiza la lectura conforme indicaciones del docente, subraya las partes importantes, realiza anotaciones conforme tus inquietudes.

Antecedentes del Cálculo

El cálculo infinitesimal es la rama de las matemáticas que comprende el estudio y aplicaciones del cálculo diferencial y del cálculo integral. El cálculo diferencial se origina en el siglo XVII al realizar estudios sobre el movimiento, es decir, al estudiar la velocidad de los cuerpos al caer al vacío ya que cambia de un momento a otro; la velocidad en cada instante debe calcularse, teniendo en cuenta la distancia que recorre en un tiempo infinitesimalmente pequeño. En 1666, el científico Inglés Isaac Newton fue el primero en desarrollar métodos matemáticos para resolver problemas de esta índole. Casi al mismo tiempo el filósofo y matemático Alemán Gottfried Leibniz realizo investigaciones similares e ideando símbolos matemáticos que se aplican hasta nuestros días.


Issac Newton

Destacan otros matemáticos por haber hecho trabajos importantes relacionados con el cálculo diferencial, sobre sale entre otros Pierre Fermat matemático francés, quien en su obra habla de los métodos diseñados para determinar los máximo y mínimos, acercándose casi al descubrimiento de cálculo diferencial. Dicha obra influencio a Leibniz en la investigación del cálculo diferencial. Fermat dejo casi todos sus teoremas sin demostrar ya que por aquella época era común entre los matemáticos el plantearse problemas unos a otros, por lo que frecuentemente se ocultaba el método propio de solución, con el fin de reservarse el éxito para sí mismo y para su nación; ya que había una gran rivalidad entre los franceses, alemanes y los ingleses. Razón por la cual las demostraciones de Fermat se hayan perdido. Nicolás Óresme obispo de la comunidad de Lisieix, Francia, estableció que en la proximidad del punto de una curva en que la ordenada se considera máxima o mínima, dicha ordenada varia más pausadamente. Johannes Kepler tiempo después, coincidió con lo que estableció Nicolás Óresme, conceptos que permitieron a Fermat en su estudio de máximos y mínimos, las tangentes y las cuadraturas, igualar acero la derivada de la función, debido a que la tangente a la curva en los puntos en que la función tiene su máximo o su mínimo, es decir, la función es paralela al eje “x” donde la pendiente de la tangente se anula.

Isaac Barrow maestro de Newton, quien por medio del “triángulo característico”, en donde la hipotenusa es un arco infinitesimal de curva y sus catetos son incrementos infinitesimales en que difieren las abscisas y las ordenadas de los extremos del arco. Newton concibió el método de las “Fluxiones”, considerando a la curva como la trayectoria de un punto que fluye; denominado “momento” de la cantidad fluente al arco mucho muy corto recorrido en un tiempo. Por lo tanto “Fluente” es la cantidad variable que identifica como “Función”; Fluxión es la velocidad o rapidez de variación de la fuente que identifica como la “derivada”; al incremento infinitesimal o instantáneo de la fluente se le llama “momento” que se indica como la “diferencial”. El principio establece que: “los momentos de las funciones son entre sí como sus derivadas”.

Agustín Louis Cauchy matemático francés, impulsor del cálculo diferencial e integral autor de la teoría de las funciones de las variables complejas, basándose para ello en el método de los límites; las definiciones de “función de función” y la de “función compuesta”, también se deben a Cauchy.

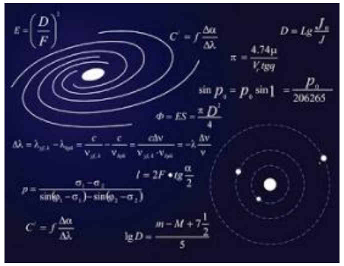
Jacobo Bernoulli introduce la palabra “función” en el cálculo diferencial y la simbología “$f(x)$” se debe a Leonard Euler, ambos matemáticos suizos. John Wallis enuncia el concepto de limite y la representación simbólica “lim” se debe a Simón Lhuilier; el símbolo tiende a “∞” lo implanto J.G. Leathem.

La concepción de Leibniz se logra al estudiar el problema de las tangentes y su inverso, basándose en el triángulo característico de Barrow, observo que el triángulo es semejante al que se forma con la tangente, la subtangente y la ordenad del punto de tangencia, así mismo, es igual al triángulo formado por la normal, la subnormal y la ordenada del mismo punto. Los símbolos dx, dy/dx, la palabra “derivada” y el nombre de “ecuaciones diferenciales” se debe a Leibniz.

Leibniz

Los procesos generales y las reglas prácticas sencillas del cálculo diferencial se deben a Newton y Leibniz; sin embargo, por más de 150 años el cálculo diferencial continúa basándose en el concepto de la infinitesimal. En el siglo XIX se han encontrado bases más firmes y lógicas al margen de lo infinitamente pequeño. El cálculo diferencial se ha ido desarrollando a través de los años, consolidándose como una herramienta técnico-científica que se utiliza en el análisis de procesos que contienen magnitudes en constante cambio, por ejemplo: la velocidad de las reacciones químicas, los cambios atmosféricos, los desarrollos sociales y económicos de las naciones, en la astronomía, la estadística, etc. A Newton y Leibniz se les llama fundadores del cálculo ya que fueron los primeros en estudiar el problema geométrico fundamental del cálculo diferencial, que se denomina: “problema de las tangentes” en el cual hay que hallar las rectas tangentes a una curva dada.

Aplicaciones del Cálculo en la Actualidad



En general el término cálculo hace referencia, indistintamente, a la acción o el resultado correspondiente a la acción de calcular. Calcular consiste en realizar las operaciones necesarias para prever el resultado de una acción anteriormente concebida, o conocer las consecuencias que se pueden derivar de unos datos previamente conocidos.

El Cálculo Diferencial se ha ido desarrollando a través de los años, consolidándose como una herramienta técnico – científica que se utiliza en el análisis de procesos que contienen magnitudes en constante cambio, por ejemplo: la velocidad de las reacciones químicas, los cambios atmosféricos, los desarrollos sociales y económicos de las naciones, en la astronomía para calcular las órbitas de los satélites y de las naves espaciales, en medicina para medir el flujo cardiaco, la estadística, y en una gran diversidad de otras áreas. El cálculo se puede aplicar en distintas ciencias, como son: la medicina, la economía, la ingeniería, la arquitectura, etc. En Medicina, el cálculo, específicamente el algoritmo, se aplica a la epidemiología y el logaritmo, a la inmunología. En Economía y Administración, el análisis de la economía y la administración trata frecuentemente con cambios, él cálculo es para los directores de empresa y economistas es una herramienta muy valiosa. El análisis marginal es quizá la aplicación más directa del cálculo a la economía y a la administración. Como ya hemos visto, el cálculo diferencial es también el método mediante el cual se obtienen máximos y mínimos de funciones, por consiguiente, utilizando el cálculo se pueden resolver problemas relativos a maximizar ganancias o minimizar costos. En Ingeniería, en particular la ingeniería electrónica, utiliza bastantes ecuaciones diferenciales ya que es una herramienta para el análisis de señales analógicas o digitales, y la electrónica tiene varias materias respecto a señales o tratamiento de señales.

Instrucciones: Revisa los videos de los códigos QR, acorde a estos realiza anotaciones de los autores y sus aportaciones al calculo

QR	Observaciones

QR	Observaciones
Este video deberas revisarlo durante el tiempo de estudio independiente.	

Instrucciones: Realiza una línea de tiempo ilustrativa y lineal en la que mostraras la información mas representativa de la lectura, videos y tus propias observaciones.

Instrucciones: Contesta los cuestionamientos conforme la información revisada en la lectura y videos.

Cuál es la rama de las matemáticas que une el cálculo diferencial e integral

Cuando surge el cálculo diferencial y cuáles son sus orígenes de estudio

Quienes fueron los dos autores quienes desarrollaron métodos numéricos para la resolución de los problemas que dieron orígenes al calculo

Quien desarrollo el estudio de máximos y mínimos, y que herramientas utilizo para su desarrollo

Como es llamado el método desarrollado por Issac Newton, y como se interpreta

Cuál es el estudio que desarrollo Leibniz, y como se interpreta

____

____

____

Quien introduce el término “función”, y cuales más son aportaciones de el:

____

____

____

Cuáles son las aplicaciones del Calculo en la actualidad:

____

____

____

____

FTC -T01: Criterios de Evaluación		Entrega Normal				Entrega Tardía				Entrega Extemporánea			
E: Excelente:	Realiza la lectura y subraya partes importantes, revisa los videos y realiza anotaciones, elabora la línea de tiempo conforme las indicaciones, contesta correctamente todos los cuestionamientos.	E: 1.20	B: 0.96	S: 0.72	I: 0.36	E: 0.96	B: 0.72	S: 0.48	I: 0.36	E: 0.72	B: 0.60	S:0.48	I: 0.36
B: Bueno:	Realiza la lectura y subraya partes importantes, revisa los videos y pero no realiza todas las anotaciones, elabora la línea de tiempo conforme las indicaciones, aunque con deficiencias, contesta correctamente la mayoría los cuestionamientos.												
S: Suficiente:	Omite alguna de las actividades												
I: Insuficiente:	No realiza ninguna actividad o es completamente deficiente.												

FTC-E02: Introducción al limite

Nombre del alumno:		Fecha:	

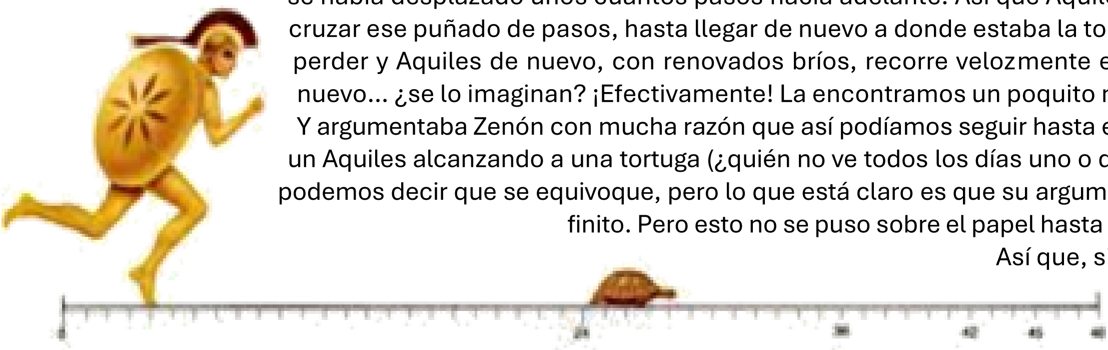
Actividades:
1. Realización de la lectura
2. Revisión de videos y registro de observaciones
3. Registro de apuntes

Instrucciones: Realiza la lectura conforme indicaciones del docente, subraya las partes importantes, realiza anotaciones conforme tus inquietudes.

La paradoja de Zenón: Aquiles y la Tortuga

La paradoja de Aquiles corriendo tras la tortuga es una de las más clásicas y famosas paradojas de Zenón. Este griego filósofo pretendía demostrar que todo lo que percibimos en el mundo es ilusorio, y que cosas como el movimiento eran simplemente ilusiones y no realidades. Lo cual no deja de ser un punto de vista original, incluso para un griego filósofo. Para demostrarlo ideó una serie de paradojas que "mostraban" que el movimiento no existía, que todas las distancias son infinitas, que no existe el tiempo... La paradoja de Aquiles y la tortuga consiste en una imaginaria carrera.

Uno de los contrincantes (Aquiles) era el más hábil de los guerreros aqueos, y vencedor de mil batallas Era un superhombre casi invencible, y apodado "el de los pies ligeros". El otro contrincante (la tortuga) es un ser por todos conocido, de proverbial lentitud y bien cachazudo. Dado que Aquiles es mucho más rápido que la tortuga (supuestamente) antes de empezar decide darle un estadio de ventaja, y tras dárselo, se da el pistoletazo de salida (o se suena un cuerno, ya que en esos tiempos no existían las pistolas, afortunadamente para muchos).



Rápidamente Aquiles atraviesa ese estadio de ventaja hasta llegar al punto en el que estaba la tortuga. Ésta, de un insospechado espíritu competitivo, se había desplazado unos cuantos pasos hacia adelante. Así que Aquiles, atónito (no era muy listo) pero confiado en su enorme poderío físico, decide cruzar ese puñado de pasos, hasta llegar de nuevo a donde estaba la tortuga. De nuevo ella ¡se ha vuelto a mover! Se ve que el quelónido no tiene buen perder y Aquiles de nuevo, con renovados bríos, recorre velozmente esos centímetros que le separan del punto donde estaba la tortuga, la cual de nuevo... ¿se lo imaginan? ¡Efectivamente! La encontramos un poquito más adelante...

Y argumentaba Zenón con mucha razón que así podíamos seguir hasta el infinito, y que Aquiles jamás alcanzará a la tortuga. Y por tanto cuando vemos a un Aquiles alcanzando a una tortuga (¿quién no ve todos los días uno o dos?) es simplemente una ilusión. ¿En dónde se equivoca Zenón? En realidad, no podemos decir que se equivoque, pero lo que está claro es que su argumento no demuestra nada: una suma de infinitos términos puede dar un resultado finito. Pero esto no se puso sobre el papel hasta que Leibniz, que era un tipo realmente listo, inventó el cálculo infinitesimal.

Así que, si Aquiles recorre 1 estadio en un minuto y la tortuga 1/10 de estadio en el mismo tiempo, Aquiles recorrerá 1+ (¡caramba, se ha movido!) 1/10 + (¡otra vez! ¡Le ha dado tiempo a moverse!) 1/100+ 1/1000...etc.: 1+1/10+1/100+1/1000+...= ¿cuánto? Desde luego esta suma no da una distancia infinita que requiere infinito tiempo recorrer, sino una distancia concreta: 1,111111111... estadios. Y eso Aquiles se lo hace con la gorra en un minuto y pico (1,111...), la tortuga no tiene nada que hacer. Pero se admiten apuestas, claro...

Instrucciones: Revisa los videos de los códigos QR, acorde a estos realiza anotaciones de las paradojas presentadas

QR	Observaciones

QR	Observaciones
Este video deberas revisarlo durante el tiempo de estudio independiente.	

Instrucciones: Realiza toma de apuntes de los ejemplos vistos con el docente, los videos presentados y/o explicaciones.

FTC -T02: Criterios de Evaluación		**Entrega Normal**				**Entrega Tardía**				**Entrega Extemporánea**			
E: Excelente:	Realiza la lectura y subraya partes importantes, revisa los videos y realiza anotaciones,	**E: 1.20**	**B: 0.96**	**S: 0.72**	**I: 0.36**	**E: 0.96**	**B: 0.72**	**S: 0.48**	**I: 0.36**	**E: 0.72**	**B: 0.60**	**S:0.48**	**I: 0.36**
B: Bueno:	Realiza la lectura y subraya partes importantes, revisa los videos pero no realiza todas las anotaciones,												
S: Suficiente:	Omite alguna de las actividades												
I: Insuficiente:	No realiza ninguna actividad o es completamente deficiente.												

FTC-E03: Análisis de la gráfica de funciones reales			
Nombre del alumno:		**Fecha:**	

Actividades:	**1.** Realización de la lectura **2.** Realización de organizador gráfico **3.** Resolver el cuestionario

Instrucciones: Realiza la lectura conforme indicaciones del docente, subraya las partes importantes, realiza anotaciones conforme tus inquietudes.

Análisis de la gráfica de funciones reales

Las funciones reales de variable real son herramientas fundamentales para describir, predecir y entender fenómenos del mundo que cambian continuamente: desde el crecimiento de una planta hasta la velocidad de un auto, o el comportamiento de un mercado. Pero no basta con tener una expresión algebraica: analizar su gráfica nos permite ver con claridad cómo se comporta esa función en cada parte de su dominio.

¿Qué observamos al analizar una gráfica?

Al observar la gráfica de una función, buscamos características clave que nos den información sobre su comportamiento. Estos elementos nos permiten modelar situaciones reales con precisión, interpretar resultados y tomar decisiones basadas en ellos.

1. Simetría

La simetría en una gráfica nos dice si hay regularidad en la forma en que la función se comporta a ambos lados del eje x=0x = 0x=0 (eje yyy) o del origen.

Una función par tiene simetría respecto al eje y: $f(-x) = f(x)$

Una función impar tiene simetría respecto al origen: $f(-x) = -f(x)$

¿Por qué importa?

Detectar simetría ayuda a predecir valores y reducir el esfuerzo al graficar, ya que basta con graficar una parte.

2. Crecimiento y decrecimiento

Una función crece cuando, al aumentar x, también aumenta $f(x)$.

Una función decrece cuando, al aumentar x, $f(x)$ disminuye.

¿Por qué importa?

Permite saber cuándo un fenómeno mejora o empeora: por ejemplo, cuándo sube una temperatura, o cuándo baja una población.

3. Máximos y mínimos relativos

Son los puntos más altos (máximos) o más bajos (mínimos) en un intervalo. No son necesariamente los valores más extremos, pero indican cambios de tendencia.

¿Por qué importa?

Sirven para detectar puntos óptimos, como el momento de mayor venta, el costo más bajo, o el punto de equilibrio de un proceso.

4. Continuidad

Una función es continua si no tiene saltos ni huecos. En su gráfica, esto significa que puede dibujarse sin levantar el lápiz.

¿Por qué importa?

Las funciones continuas modelan fenómenos estables, como el flujo de agua, el crecimiento del cuerpo o el desplazamiento de un objeto sin interrupciones.

5. Concavidad y punto de inflexión

La concavidad indica la forma de la curva:

Cóncava hacia arriba:

Cóncava hacia abajo:

El punto de inflexión es donde cambia la concavidad.

¿Por qué importa?

Nos permite analizar aceleraciones y desaceleraciones en fenómenos físicos, cambios de ritmo, y forma de las trayectorias o tendencias.

Aplicación del análisis gráfico

Al interpretar una gráfica con todos estos elementos, obtenemos una radiografía del comportamiento de la función. Esta lectura visual nos permite:

- Anticipar comportamientos futuros.
- Identificar tendencias clave.
- Tomar decisiones fundamentadas.
- Traducir datos abstractos en conocimiento útil.

Ejemplos reales

Situación	¿Qué se analiza?
Temperatura en un día	Mínimo en la madrugada, máximo en la tarde, continuidad
Producción en una empresa	Máximos relativos, crecimiento y caída de productividad
Trayectoria de una pelota	Concavidad, punto máximo, simetría del tiro parabólico

Reflexión final

Analizar gráficas no es solo una actividad matemática: es una forma de leer el comportamiento de la realidad. Comprender conceptos como simetría, continuidad, crecimiento, extremos y concavidad nos ayuda a entender mejor el mundo, construir modelos más precisos y desarrollar pensamiento crítico ante los datos que nos rodean.

Instrucciones: Realiza un organizador grafico de las propiedades de las funciones, colorido y atractivo.

Instrucciones: Contesta los cuestionamientos conforme la información revisada en la lectura.

Comprensión de conceptos (respuesta breve)

1. ¿Qué significa analizar una gráfica de función real?

2. ¿Qué tipo de simetría tiene una función si cumple f(−x)=f(x)f(-x) = f(x)f(−x)=f(x)? ¿Y si cumple f(−x)=−f(x)f(-x) = -f(x)f(−x)=−f(x)?

3. ¿Cuál es la diferencia entre una función creciente y una decreciente?

4. Explica con tus palabras qué es un máximo relativo.

5. ¿Qué se entiende por continuidad en una función? Da un ejemplo de función continua.

6. ¿Cómo puedes saber si una función es cóncava hacia arriba o hacia abajo observando su gráfica?

7. ¿Qué es un punto de inflexión?

Aplicación y análisis (respuesta abierta)

8. Describe una situación de la vida real que podría modelarse con una función:
    a) Continua

    b) Con un máximo relativo

    c) Con simetría

9. Observa la siguiente descripción: “Una función tiene forma de curva que primero sube, luego baja, y tiene un hueco en medio”.

10. ¿Cómo describirías esta función en términos de: crecimiento, máximos, y continuidad?

FTC -E03: Criterios de Evaluación		Entrega Normal				Entrega Tardía				Entrega Extemporánea			
E: Excelente:	Realiza la lectura y subraya partes importantes, realizas el organizador grafico colorido, atractivo y conforme las temáticas de continuidad de funciones, resuelve correctamente la totalidad del cuestionario.	E: 1.20	B: 0.96	S: 0.72	I: 0.36	E: 0.96	B: 0.72	S: 0.48	I: 0.36	E: 0.72	B: 0.60	S:0.48	I: 0.36
B: Bueno:	Realiza la lectura y subraya, pero no partes importantes, realizas el organizador gráfico, pero no es colorido, atractivo ni conforme las temáticas de continuidad de funciones, resuelve correctamente la mayoría del cuestionario.												
S: Suficiente:	Omite alguna de las actividades												
I: Insuficiente:	No realiza ninguna actividad o es completamente deficiente.												

FTC-CU: Cuestionario de Cierre

Nombre del alumno:		Fecha:	

Instrucciones: Resuelve el cuestionario en línea, recuerda que el puntaje es extra a la escala de valoración, así que es para tu propio apoyo en calificaciones, así que solo estará abierto los días indicados: 19 al 22 de septiembre, sin posibilidad alguna de ser reaperturado.

https://forms.gle/31oYQEUqsFTjcNa37https://forms.gle/31oYQEUqsFTjcNa37

Entrega Normal (Valor Extra)					
0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.0

PRIMER PARCIAL

Limites (LIM)

Progresiones	Metas	Categorías	Subcategorías
5: Conceptualiza el límite de una función de variable real como una herramienta matemática que permite comprender el comportamiento local de la gráfica de una función.	**M1** Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno.	**C3** Procedural	**S3** Elementos varicionales
	M2 Desarrolla la percepción y la intuición para generar conjeturas ante situaciones que requieren explicación o interpretación.	**C2** Procesos de intuición y razonamiento	**S1** Capacidad para observar y conjeturar. **S2** Pensamiento intuitivo. **S3** Pensamiento formal.
	M1 Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural.	**C4** Interacción y lenguaje matemático.	**S1** Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico. **S2** Negociación de significados.
6: Identifica y contextualiza la continuidad de funciones utilizadas en la modelación de situaciones y fenómenos y hace un estudio, utilizando el concepto de límite, de las implicaciones de la continuidad de una función tanto dentro del desarrollo matemático mismo, como de sus aplicaciones en la modelación.	**M1** Identifica y contextualiza la continuidad de funciones utilizadas en la modelación de situaciones y fenómenos y hace un estudio, utilizando el concepto de límite, de las implicaciones de la continuidad de una función tanto dentro del desarrollo matemático mismo, como de sus aplicaciones en la modelación.	**C2** Procesos de intuición y razonamiento.	**S1** Capacidad para observar y conjeturar. **S2** Pensamiento intuitivo.
	M2 Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.	**C4** Interacción y lenguaje matemático.	**S3** Ambiente matemático de comunicación.

Evidencias

Clave	Actividad	Página(s)	Excelente	Bueno	Suficiente	Insuficiente	Periodo ordinario de realización
LIM-E01	Limites por intuición	21 a 31	1.00	0.80	0.60	0.30	22 al 26 de septiembre
LIM-E02	Metodologías de límites	32 a 42	1.00	0.80	0.60	0.30	29 sep. al 10 de octubre
LIM-CU	Cuestionario de cierre	43	0.50				10 al 13 de octubre

LIM-E01: Limites por intuición

Nombre del alumno:		Fecha:	

Actividades:
1. Realización de la lectura
2. Registro de apuntes
3. Realización de ejercicios de limites por intuición

Instrucciones: Realiza la lectura conforme indicaciones del docente, subraya las partes importantes, realiza anotaciones conforme tus inquietudes.

Limites por intuición

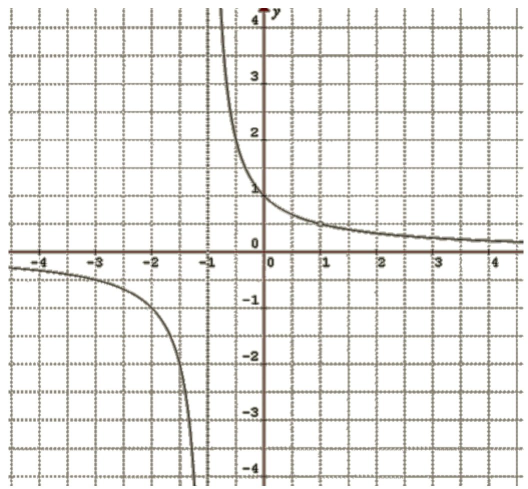
La existencia de operaciones aparentemente sencillas de calcular, que, si se observan de otra forma, pueden causar un gran dolor de cabeza por la complejidad de conceptos que pueden verse involucrados, hacen de los limites un estudio delicado y complejo, pero necesario para la comprensión del cálculo diferencial.

La paradoja de Zenón y los demás ejemplos analizados nos confrontan con valores infinitos, que involucran un acercamiento a valores posibles de calcular que finalmente determinaran un valor tan cercano a la realidad que podríamos tomar como cierto.

S $f(x) = \frac{x-1}{x^2-1}$ y consideramos este ejemplo como una igualdad entre denominador y numerador, el resultado fácilmente decidiríamos que es 1, esto porque todo número divido entre sí mismo da por resultado la unidad.

Pero recordemos que es una función $f(x)$ de la que estamos tratando, es por ello por lo que, sustituyendo los valores de x, digamos en el rango $x: \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, tendríamos la siguiente tabla y gráfica:

x	$f(x)$
-3	$f(-\mathbf{3}) = \frac{-\mathbf{3}-1}{(-\mathbf{3})^2-1} = \frac{-3-1}{9-1} = \frac{-4}{8} = -0.5$
-2	$f(-\mathbf{2}) = \frac{-\mathbf{2}-1}{(-\mathbf{2})^2-1} = \frac{-2-1}{4-1} = \frac{-3}{3} = -1$
-1	$f(-\mathbf{1}) = \frac{-\mathbf{1}-1}{(-\mathbf{1})^2-1} = \frac{-1-1}{1-1} = \frac{-2}{0} = ERROR$
0	$f(\mathbf{0}) = \frac{\mathbf{0}-1}{(\mathbf{0})^2-1} = \frac{0-1}{0-1} = \frac{-1}{1} = -1$
1	$f(\mathbf{1}) = \frac{\mathbf{1}-1}{(\mathbf{1})^2-1} = \frac{1-1}{1-1} = \frac{0}{0} = ERROR$
2	$f(\mathbf{2}) = \frac{\mathbf{2}-1}{(\mathbf{2})^2-1} = \frac{2-1}{4-1} = \frac{1}{3} = 0.333$
3	$f(\mathbf{3}) = \frac{\mathbf{3}-1}{(\mathbf{3})^2-1} = \frac{3-1}{9-1} = \frac{2}{8} = 0.25$



En este ejemplo, podemos apreciar un par de indeterminaciones, dado que: la división entre cero no existe en el proceso matemático, y esto ocurre cuando se sustituye $f(x)$ con -1 y 1, dentro de la gráfica, se manifiesta una asíntota en -1 y una indeterminación en 1, identificado por el cambio de la función en el primer caso, y una circunferencia en 1.

El cálculo de la indeterminación será el objeto de cálculo del Límite. En este caso realizaremos los diversos cálculos, los cuales son aproximados o en la cercanía de nuestras indeterminaciones. Comenzaremos con la primera en $x = -1$, acercándonos de izquierda a derecha de nuestros valores consiguiendo las siguientes tablas:

X	-1.5	-1.4	-1.3	-1.2	-1.1	-1.01	-1.001	-1.0001
f(x)	$f(-\mathbf{1.5}) =$ $\frac{-\mathbf{1.5}-1}{(-\mathbf{1.5})^2-1} =$ $\frac{-1.5-1}{2.25-1} =$ $\frac{-2.5}{1.25} =$ $\mathbf{-2}$	$f(-\mathbf{1.4}) =$ $\frac{-\mathbf{1.4}-1}{(-\mathbf{1.4})^2-1} =$ $\frac{-1.4-1}{1.96-1} =$ $\frac{-2.4}{0.96} =$ $\mathbf{-2.5}$	$f(-\mathbf{1.3}) =$ $\frac{-\mathbf{1.3}-1}{(-\mathbf{1.3})^2-1} =$ $\frac{-1.3-1}{1.69-1} =$ $\frac{-2.3}{0.69} =$ $\mathbf{-3.333}$	$f(-\mathbf{1.2}) =$ $\frac{-\mathbf{1.2}-1}{(-\mathbf{1.2})^2-1} =$ $\frac{-1.2-1}{1.44-1} =$ $\frac{-2.2}{0.44} =$ $\mathbf{-5}$	$f(-\mathbf{1.1}) =$ $\frac{-\mathbf{1.1}-1}{(-\mathbf{1.1})^2-1} =$ $\frac{-1.1-1}{1.21-1} =$ $\frac{-2.1}{0.21} =$ $\mathbf{-10}$	$f(-\mathbf{1.01}) =$ $\frac{-\mathbf{1.01}-1}{(-\mathbf{1.01})^2-1} =$ $\frac{-1.01-1}{1.0201-1} =$ $\frac{-2.01}{0.0201} =$ $\mathbf{-100}$	$f(-\mathbf{1.001}) =$ $\frac{-\mathbf{1.001}-1}{(-\mathbf{1.001})^2-1} =$ $\frac{-1.001-1}{1.002001-1} =$ $\frac{-2.001}{0.002001} =$ $\mathbf{-1000}$	$f(-\mathbf{1.0001}) =$ $\frac{-\mathbf{1.0001}-1}{(-\mathbf{1.0001})^2-1} =$ $\frac{-1.0001-1}{1.00020001-1} =$ $\frac{-2.0001}{0.00020001} =$ $\mathbf{-10000}$

En este primer caso diremos que nos acercamos al valor por la izquierda de nuestra indeterminación:

$\lim_{x \to -1^-} \frac{x-1}{x^2-1} = -\infty$, el cual se lee: el límite de x acercándose a menos uno por la izquierda de $x - 1$ entre $x^2 - 1$ es menos infinito.

Al observar esta tabla, de derecha a izquierda debemos observar que entre más nos acerquemos al error (-1), por la izquierda, el resultado de la función decrece lo cual indica por intuición que cuando más cerca estemos en “x” a 1, más nos acercamos a la izquierda de este al infinito negativo en “y”.

X	-0.9999	-0.999	-0.99	-0.9	-0.8	-0.7	-0.6	-0.5
f(x)	$f(-\mathbf{0.9999}) =$ $\frac{-\mathbf{0.9999}-1}{(-\mathbf{0.9999})^2-1} =$ $\frac{-0.999-1}{0.99980001-1} =$ $\frac{-1.999}{-0.00019999} =$ $\mathbf{10000}$	$f(-\mathbf{0.999}) =$ $\frac{-\mathbf{0.999}-1}{(-\mathbf{0.999})^2-1} =$ $\frac{-0.999-1}{0.998001-1} =$ $\frac{-1.999}{-0.001999} =$ $\mathbf{1000}$	$f(-\mathbf{0.99}) =$ $\frac{-\mathbf{0.99}-1}{(-\mathbf{0.99})^2-1} =$ $\frac{-0.99-1}{0.9801-1} =$ $\frac{-1.99}{-0.0199} =$ $\mathbf{100}$	$f(-\mathbf{0.9}) =$ $\frac{-\mathbf{0.9}-1}{(-\mathbf{0.9})^2-1} =$ $\frac{-0.9-1}{0.81-1} =$ $\frac{-1.9}{-0.19} =$ $\mathbf{10}$	$f(-\mathbf{0.8}) =$ $\frac{-\mathbf{0.8}-1}{(-\mathbf{0.8})^2-1} =$ $\frac{-0.8-1}{0.64-1} =$ $\frac{-1.8}{-0.36} =$ $\mathbf{5}$	$f(-\mathbf{0.7}) =$ $\frac{-\mathbf{0.7}-1}{(-\mathbf{0.7})^2-1} =$ $\frac{-0.7-1}{0.49-1} =$ $\frac{-1.7}{-0.51} =$ $\mathbf{3.333}$	$f(-\mathbf{0.6}) =$ $\frac{-\mathbf{0.6}-1}{(-\mathbf{0.6})^2-1} =$ $\frac{-0.6-1}{0.36-1} =$ $\frac{-1.6}{-0.64} =$ $\mathbf{2.5}$	$f(-\mathbf{0.5}) =$ $\frac{-\mathbf{0.5}-1}{(-\mathbf{0.5})^2-1} =$ $\frac{-0.5-1}{0.25-1} =$ $\frac{-1.5}{-0.75} =$ $\mathbf{2}$

Para el segundo caso diremos que nos acercamos al valor por la derecha de nuestra indeterminación:

$\lim_{x \to -1^+} \frac{x-1}{x^2-1} = \infty$, el cual se lee: el límite de x acercándose a menos uno por la derecha de $x - 1$ entre $x^2 - 1$ es infinito.

X	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.99	0.999	0.9999
f(x)	$f(0.5)=\frac{0.5-1}{(0.5)^2-1}=\frac{0.5-1}{0.25-1}=\frac{-0.5}{-0.75}=$ $\mathbf{0.666}$	$f(\mathbf{0.6})=\frac{\mathbf{0.6}-1}{(\mathbf{0.6})^2-1}=\frac{0.6-1}{0.36-1}=\frac{-0.4}{--0.64}=$ $\mathbf{0.625}$	$f(\mathbf{0.7})=\frac{\mathbf{0.7}-1}{(\mathbf{0.7})^2-1}=\frac{0.7-1}{0.49-1}=\frac{-0.3}{-0.51}=$ $\mathbf{0.588}$	$f(\mathbf{0.8})=\frac{\mathbf{0.8}-1}{(\mathbf{0.8})^2-1}=\frac{0.8-1}{0.64-1}=\frac{-0.2}{-0.36}=$ $\mathbf{0.555}$	$f(\mathbf{0.9})=\frac{\mathbf{0.9}-1}{(\mathbf{0.9})^2-1}=\frac{0.9-1}{0.81-1}=\frac{-0.1}{-0.19}=$ $\mathbf{0.526}$	$f(\mathbf{0.99})=\frac{\mathbf{0.99}-1}{(\mathbf{0.99})^2-1}=\frac{0.99-1}{0.9801-1}=\frac{-0.01}{-0.0199}=$ $\mathbf{0.502}$	$f(\mathbf{0.999})=\frac{\mathbf{0.999}-1}{(\mathbf{0.999})^2-1}=\frac{0.999-1}{0.998001-1}=\frac{-0.001}{-0.001999}=$ $\mathbf{0.5002}$	$f(\mathbf{0.9999})=\frac{\mathbf{0.9999}-1}{(\mathbf{0.9999})^2-1}=\frac{0.9999-1}{0.99980001-1}=\frac{-0.0001}{0.00019999}=$ $\mathbf{0.50002}$

En este primer caso diremos que nos acercamos al valor por la izquierda de nuestra indeterminación:

$\lim_{x\to 1^-}\frac{x-1}{x^2-1}=0.5$, el cual se lee: el límite de x acercándose a uno por la izquierda de $x-1$ entre x^2-1 es 0.5.

X	1.0001	1.001	1.01	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
f(x)	$f(\mathbf{1.0001})=\frac{\mathbf{1.0001}-1}{(\mathbf{1.0001})^2-1}=\frac{1.0001-1}{1.00020001-1}=\frac{0.0001}{0.00020001}=$ $\mathbf{0.49997}$	$f(\mathbf{1.001})=\frac{\mathbf{1.001}-1}{(\mathbf{1.001})^2-1}=\frac{1.001-1}{1.002001-1}=\frac{0.001}{0.002001}=$ $\mathbf{0.49975}$	$f(1.01)=\frac{\mathbf{1.01}-1}{(\mathbf{1.01})^2-1}=\frac{1.01-1}{1.0201-1}=\frac{0.01}{0.0201}=$ $\mathbf{0.4975}$	$f(\mathbf{1.1})=\frac{\mathbf{1.1}-1}{(\mathbf{1.1})^2-1}=\frac{1.1-1}{1.21-1}=\frac{0.1}{0.21}=$ $\mathbf{0.476}$	$f(\mathbf{1.2})=\frac{\mathbf{1.2}-1}{(\mathbf{1.2})^2-1}=\frac{1.2-1}{1.44-1}=\frac{0.2}{0.44}=$ $\mathbf{0.4545}$	$f(1.3)=\frac{\mathbf{1.3}-1}{(\mathbf{1.3})^2-1}=\frac{1.3-1}{1.69-1}=\frac{0.3}{0.69}=$ $\mathbf{10.4347}$	$f(1.4)=\frac{\mathbf{1.4}-1}{(\mathbf{1.4})^2-1}=\frac{1.4-1}{1.96-1}=\frac{0.4}{0.96}=$ $\mathbf{0.4166}$	$f(\mathbf{1.5})=\frac{\mathbf{1.5}-1}{(\mathbf{1.5})^2-1}=\frac{1.5-1}{2.25-1}=\frac{0.5}{1.25}=$ $\mathbf{0.4}$

Para el segundo caso diremos que nos acercamos al valor por la derecha de nuestra indeterminación:

$\lim_{x\to 1^+}\frac{x-1}{x^2-1}=5$, el cual se lee: el límite de x acercándose a uno por la derecha de $x-1$ entre x^2-1 es 0.5

Final mente con los tres valores encontrados:

Para los valores de las funciones:

$$f(-\mathbf{1})=\frac{-\mathbf{1}-1}{(-\mathbf{1})^2-1}=\frac{-1-1}{1-1}=\frac{-2}{0}=ERROR \qquad f(\mathbf{1})=\frac{\mathbf{1}-1}{(\mathbf{1})^2-1}=\frac{1-1}{1-1}=\frac{0}{0}=ERROR$$

Se tienen los limites por intuición:

$$\lim_{x\to -1}\frac{x-1}{x^2-1}\begin{cases}\lim_{x\to -1^-}\frac{x-1}{x^2-1}=-\infty\\ \lim_{x\to -1^+}\frac{x-1}{x^2-1}=\infty\end{cases} \qquad \lim_{x\to 1}\frac{x-1}{x^2-1}\begin{cases}\lim_{x\to 1^-}\frac{x-1}{x^2-1}=0.5\\ \lim_{x\to 1^+}\frac{x-1}{x^2-1}=0.5\end{cases}$$

Por lo que definimos:

$$\lim_{x\to -1}\frac{x-1}{x^2-1}=\pm\infty \qquad \lim_{x\to 1}\frac{x-1}{x^2-1}=0.5$$

Por lo que se comprende que en el cálculo de limites **no existen errores**, siempre se dará un resultado real valido.

De manera general el procedimiento del cálculo de limites por intuición requiere de la tabulación de datos previos y posterio res al error en x, lo mas pequeños posibles en su diferencia con el error. Para final mente observar el comportamiento de la función en "y" para determinar por observación, a que valor tiende para con el error.

Instrucciones: Registra los apuntes del pizarrón, anotaciones personales y dudas.

Instrucciones: Resuelve los ejercicios solicitados mediante el método de intuición.

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

11.

12.

LIM-E01: Criterios de Evaluación		Entrega Normal				Entrega Tardía				Entrega Extemporánea			
E: Excelente:	Realiza la lectura y subraya partes importantes, registras apuntes completos, resuelves la totalidad de ejercicios correctamente.	E: 1.00	B: 0.80	S: 0.70	I: 0.30	E: 0.80	B: 0.70	S: 0.60	I: 0.30	E: 0.60	B: 0.50	S: 0.40	I: 0.30
B: Bueno:	Realiza la lectura y subraya, pero no partes importantes, registras apuntes incompletos, resuelves la mayoría de los ejercicios correctamente.												
S: Suficiente:	Omite alguna de las actividades												
I: Insuficiente:	No realiza ninguna actividad o es completamente deficiente.												

LIM-E02: Metodologías de límites			
Nombre del alumno:		Fecha:	

Actividades:
1. Realización de la lectura
2. Registro de apuntes
3. Realización de ejercicios de limites por intuición

Instrucciones: Realiza la lectura conforme indicaciones del docente, subraya las partes importantes, realiza anotaciones conforme tus inquietudes.

Metodologías de limites

Las metodologías para resolver límites en cálculo incluyen métodos numéricos, gráficos y analíticos. El método numérico se basa en la construcción de tablas de valores, el gráfico en la representación visual de la función, y el analítico en el uso de álgebra y cálculo. Adicionalmente, existen estrategias como la sustitución directa, factorización, racionalización.

Métodos para resolver límites:

1. Método Numérico: Se construye una tabla de valores de la función alrededor del punto donde se quiere calcular el límite. Se observa si los valores se acercan a un número específico a medida que nos acercamos al punto, este método ya fue trabajado mediante como método de intuición.

2. Método Gráfico: Se representa la función gráficamente y se observa el comportamiento de la función cerca del punto de interés, tanto por la izquierda como por la derecha. Que se maneja trabaja mediante el mismo método de intuición al graficar los valores localizados.

3. Método Analítico:

- Sustitución Directa: Si la función es continua en el punto, se evalúa la función directamente en ese punto.
- Factorización y Simplificación: Si la sustitución directa resulta en una indeterminación (ej. 0/0), se factoriza la expresión y se simplifica para eliminar la indeterminación.
- Racionalización: Si la función involucra raíces cuadradas, se puede multiplicar el numerador y el denominador por el conjugado de la expresión que contiene la raíz cuadrada para simplificarla.
- Límites en el infinito: Se evalúa el límite cuando la variable tiende a infinito. Si el resultado es un valor real, ese es el límite. Si es una indeterminación, se aplican técnicas como dividir por el término de mayor grado.
- Límites de funciones trigonométricas: Se pueden utilizar identidades trigonométricas y límites notables para evaluar este tipo de límites.

Instrucciones: Registra los apuntes del pizarrón, anotaciones personales y dudas.

Sustitución Directa

Instrucciones: Resuelve los ejercicios solicitados mediante el método requerido.

1.	2.
3.	4.
5.	6.

7.	8.
9.	10.
11.	12.

13.	14.
15.	16.
17.	18.

19.

20.

21.

22.

23.

24.

25.	26.
27.	28.
29.	30.

LIM-E01: Criterios de Evaluación	Entrega Normal				Entrega Tardía				Entrega Extemporánea			
E: Excelente: Realiza la lectura y subraya partes importantes, registras apuntes completos, resuelves la totalidad de ejercicios correctamente. **B: Bueno:** Realiza la lectura y subraya, pero no partes importantes, registras apuntes incompletos, resuelves la mayoría de los ejercicios correctamente. **S: Suficiente:** Omite alguna de las actividades **I: Insuficiente:** No realiza ninguna actividad o es completamente deficiente.	E: 1.00	B: 0.80	S: 0.70	I: 0.30	E: 0.80	B: 0.70	S: 0.60	I: 0.30	E: 0.60	B: 0.50	S: 0.40	I: 0.30

LIM-CU: Cuestionario de Cierre

Nombre del alumno:		Fecha:	

Instrucciones: Resuelve el cuestionario en línea, recuerda que el puntaje es extra a la escala de valoración, así que es para tu propio apoyo en calificaciones, así que solo estará abierto los días indicados: 10 al 13 de octubre, sin posibilidad alguna de ser reaperturado.

https://forms.gle/hMSU3P4CoUM5R6Ra8

Entrega Normal (Valor Extra)					
0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.0

Final parte I

Nombre del alumno:		Fecha:	

Trabajo Final parte I										
1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.0

SEGUNDO PARCIAL

La Derivada (DIV)

Progresiones	Metas	Categorías	Subcategorías
7: Interpreta, a partir de integrar diferentes perspectivas y métodos, el concepto central del cálculo diferencial, "la derivada", de forma intuitiva e intenta dar una definición formal, así como la búsqueda heurística para encontrar la derivada de la función constante, lineal y algunas funciones polinomiales.	**M2** Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del Pensamiento Matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto.	**C1** Procedural.	**S2** Elementos geométricos **S3** Elementos varicionales
	M2 Desarrolla la percepción y la intuición para generar conjeturas ante situaciones que requieren explicación o interpretación.	**C2** Procesos de intuición y razonamiento.	**S1** Capacidad para observar y conjeturar. **S2** Pensamiento intuitivo.
8: Encuentra de manera heurística algunas reglas de derivación como la regla de la suma, la regla del producto, la regla del cociente y la regla de la cadena y las aplica en algunos ejemplos.	**M3** Compara hechos, opiniones o afirmaciones para organizarlos en formas lógicas útiles en la solución de problemas y explicación de situaciones y fenómenos.	**C2** Procesos de intuición y razonamiento.	**S1** Capacidad para observar y conjeturar. **S2** Pensamiento intuitivo. **S3** Pensamiento formal.
	M4 Construye y plantea posibles soluciones a problemas de Áreas de Conocimiento, Recursos Sociocognitivos, Recursos Socioemocionales y de su entorno, empleando técnicas y lenguaje matemático.	**C3** Solución de problemas y modelación.	**S3** Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios.
9: Selecciona una problemática en la que el cambio sea un factor fundamental en su estudio para aplicar el concepto de la derivada como razón de cambio instantánea.	**M2** Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.	**C3** Solución de problemas y modelación.	**S2** Construcción de modelos.
10. Explica y socializa el papel de la derivada para analizar una función (donde crece/decrece, máximo/mínimos locales, concavidades) y traza su gráfica.	**M3** Comprueba los procedimientos usados en la resolución de problemas utilizando diversos métodos, empleando recursos tecnológicos o la interacción con sus pares.	**C1** Procedural.	**S3** Elementos variacionales.
	M4 Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.	**C2** Procesos de intuición y razonamiento.	**S3** Pensamiento formal
	M2 Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.	**C4** Interacción y lenguaje matemático.	**S1** Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico. **S3** Ambiente matemático de comunicación.

Evidencias

Clave	Actividad	Página(s)	Ponderación Normal	Ponderación Tardía	Ponderación Extemporánea	Ponderación obtenida*	Periodo ordinario de realización
DIV-E01	La derivada	53 a 54	1.20	0.96	0.72	0.36	20 al 24 de octubre
DIV-E02	Regla de los cuatro pasos	55 a 67	1.20	0.96	0.72	0.36	27 de oct. al 7 de nov.
DIV-E02	Métodos de solución de derivadas	68 a85	1.20	0.96	0.72	0.36	10 al 28 de noviembre
DIV-CU	Cuestionario de cierre	86	0.50			0.15	28 de nov al 1 de dic

DIV-E01: La derivada			
Nombre del alumno:		Fecha:	

Actividades:	**1.**	Realización de la lectura
	2.	Elaboración de Organizador gráfico

Instrucciones: Realiza la lectura conforme indicaciones del docente, subraya las partes importantes, realiza anotaciones conforme tus inquietudes.

Derivada

La Derivada es un elemento utilizado en la matemática para calcular respuestas de una función a la que se le están alterando sus valores iniciales. La derivada de una función está representada gráficamente como una línea recta superpuesta sobre cualquier curva (función), el valor de esta pendiente respecto al eje sobre el cual está siendo estudiada la función recibe el nombre de Derivada.

Esta línea, está colocada sobre el punto más extremo (superior o inferior) de la curva, por lo que a su vez está determinando un límite al que la función llega, en relación con el incremento que consiga la variable estudiada por las alteraciones que reciba.

Se enuncia de primero todo lo relacionado con el campo matemático de la derivada ya que su importancia a la hora de un cálculo o un gráfico es notable, es un concepto muy rico en el área y muy usado por estudiantes de ingeniería, los cuales las emplean como herramienta de cálculo para el estudio. Sin embargo, la palabra al ser utilizada como un adjetivo, describe una situación en la que se denota él lugar o contexto de donde proviene algo.

Una derivada en el campo gramático es también un uso interesante, pues una derivada gramatical son las palabras que provienen o “Se derivan” de otra. Cuando una palabra tiene la propiedad de ser usadas como sustantivos, adjetivos, verbos y hasta como conectores, se dicen que derivan de una inicial cuyo significado de amplio espectro permite que no se deforme y sea aplicado en muchas áreas técnicas o de la vida común. Por ejemplo, la palabra “Ingenio” de esta se derivan: Ingeniero, ingenioso, ingeniar, ingeniárselas, ingeniería, ingenieros y todas hacen referencia a la estructura y significado básico de la palabra. En definitiva, derivada es la palabra más adecuada para decir la procedencia de algo.

La derivada es uno de los conceptos más importante en matemáticas. La derivada es el resultado de un límite y representa la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en un punto. La definición de derivada es la siguiente:

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

Instrucciones: Realiza un organizador grafico de la derivada, colorido y atractivo.

DIV -E01: Criterios de Evaluación		Entrega Normal				Entrega Tardía				Entrega Extemporánea			
E: Excelente:	Realiza la lectura y subraya partes importantes, realizas el organizador grafico colorido, atractivo y conforme las temáticas de continuidad de funciones.	E: 1.20	B:0.96	S:0.72	I:0.36	E: 0.96	B: 0.84	S: 0.72	I:0.36	E: 0.72	B: 0.60	S: 0.48	I:0.36
B: Bueno:	Realiza la lectura y subraya, pero no partes importantes, realizas el organizador gráfico, pero no es colorido, atractivo ni conforme las temáticas de continuidad de funciones.												
S: Suficiente:	Omite alguna de las actividades												
I: Insuficiente:	No realiza ninguna actividad o es completamente deficiente.												

DIV-E02: Regla de los cuatro pasos			
Nombre del alumno:		**Fecha:**	

Actividades:
1. Realización de la lectura
2. Registro de apuntes
3. Realización de ejercicios de regla de cuatro pasos

Instrucciones: Realiza la lectura conforme indicaciones del docente, subraya las partes importantes, realiza anotaciones conforme tus inquietudes.

Regla de los cuatro pasos

La recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto $P(x+\Delta x, f(x+\Delta x))$ es aquella recta que pasa por P con pendiente

$$m_{tan} = \lim_{h\to 0} m_{sec} = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

siempre y cuando este límite exista y no sea ∞ o $-\infty$.

La derivada de una función también se puede obtener como el límite del cociente de incrementos, conocido como la regla de los cuatro pasos.

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

El procedimiento en este caso consiste en los pasos siguientes:

1. Se da un incremento, $\boldsymbol{\Delta x}$ a la variable independiente $\boldsymbol{x}$
2. Se obtiene el incremento correspondiente a la función $\boldsymbol{f(x+\Delta x)-f(x)}$
3. Se obtiene el cociente de los incrementos $\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$
4. Se calcula el límite del cociente de incrementos $\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ y esto proporciona la derivada de $\boldsymbol{f(x)}$

En la aplicación de esta regla, además de las operaciones de factorización que ya recordamos, será necesario utilizar el desarrollo de binomios como:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^{2b} + 3ab^2 + b^3$$
$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

Y también recordar cómo racionalizar el numerador o denominador de una fracción.

EJEMPLO 1

Encuentre la pendiente de la recta tangente a la curva $y = f(x) = x^2$ en el punto (2,4).

SOLUCION La recta cuya pendiente. Es claro que tiene una pendiente positiva grande.

$$m_{tan} = \lim_{\Delta x \to 0} m_{sec} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(2+\Delta x) - f(2)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(2+\Delta x)^2 - (2)^2}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(4+4\Delta x+\Delta x^2) - (4)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{4\Delta x+\Delta x^2}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} 4 + \Delta x$$

$$= 4 + 0$$

$$= 4$$

Conforme se avance se consideran ejemplos cada vez más complejos, pero la base seguirá siendo mediante el cálculo del límite de la pendiente.

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

EJEMPLO 2

sea $f(x) = 4x + 2$

Paso 1. Sustituir la función $f(x)$ con $x + \Delta x$:

$$f(x+\Delta x) = 4(x+\Delta x) + 2$$
$$= 4x + 4\Delta x + 2$$

Paso 2. Restar al resultado del paso 1 la función $f(x)$:

$$f(x+\Delta x) - f(x) = 4x + 4\Delta x + 2 - (4x+2)$$
$$= \cancel{4x} + 4\Delta x + \cancel{2 - 4x - 2}$$
$$= 4\Delta x$$

Paso 3. Al resultado del paso 2, dividir entre Δx:

$$\frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{4\cancel{\Delta x}}{\cancel{\Delta x}}$$
$$= 4$$

Paso 4. Al resultado del paso 3, obtener el límite cuando Δx tiende a 0:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} 4 = 4$$

EJEMPLO 3 sea $f(x) = 4x^2 + 3x + 2$

Paso 1.

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{[4(x+\Delta x)^2+3(x+\Delta x)+2]-[4x^2+3x+2]}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{[4(x^2+2x\Delta x+\Delta x^2)+3(x+\Delta x)+2]-[4x^2+3x+2]}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{[4x^2+8x\Delta x+4\Delta x^2+3x+3\Delta x+2]-[4x^2+3x+2]}{\Delta x}$$

Paso 2.

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\cancel{4x^2}+8x\Delta x+4\Delta x^2+\cancel{3x}+3\Delta x+\cancel{2}-\cancel{4x^2}-\cancel{3x}-\cancel{2}}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{8x\Delta x+4\Delta x^2+3\Delta x}{\Delta x}$$

Paso 3.

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{8x\Delta x+4\Delta x^2+3\Delta x}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{8x\cancel{\Delta x}}{\cancel{\Delta x}}+\frac{4\Delta x^{\cancel{2}}}{\cancel{\Delta x}}+\frac{3\cancel{\Delta x}}{\cancel{\Delta x}}=\lim_{\Delta x\to 0}8x+4\Delta x+3$$

Paso 4.

$$\lim_{\Delta x\to 0}8x+4\Delta x+3=\lim_{\Delta x\to 0}8x+4(0)+3=8x+3$$

Instrucciones: Registra los apuntes del pizarrón, anotaciones personales y dudas.

Instrucciones: Resuelve los ejercicios solicitados mediante el método requerido.

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

11.

12.

13.

14.

15.

16.

17.

18.

19.

20.

DIV-E02: Criterios de Evaluación		Entrega Normal				Entrega Tardía				Entrega Extemporánea			
E: Excelente:	Realiza la lectura y subraya partes importantes, registras apuntes completos, resuelves la totalidad de ejercicios correctamente.	E: 1.20	B:0.96	S:0.72	I:0.36	E: 0.96	B: 0.84	S: 0.72	I:0.36	E: 0.72	B: 0.60	S: 0.48	I:0.36
B: Bueno:	Realiza la lectura y subraya, pero no partes importantes, registras apuntes incompletos, resuelves la mayoría de los ejercicios correctamente.												
S: Suficiente:	Omite alguna de las actividades												
I: Insuficiente:	No realiza ninguna actividad o es completamente deficiente.												

DIV-E03: Métodos de solución de derivadas

Nombre del alumno:		Fecha:	

Actividades:
1. Realización de la lectura
2. Registro de apuntes
3. Realización de ejercicios por métodos de solución de derivadas

Instrucciones: Realiza la lectura conforme indicaciones del docente, subraya las partes importantes, realiza anotaciones conforme tus inquietudes.

Demostraciones de las derivadas

Los procesos de demostración involucran los procedimientos algebraicos de formas generarles de las funciones y su resolución mediante la regla de 4 pasos, para el caso de esta lectura solamente se plasmarán las más básicas, para su entendimiento, pero se incluyen las fórmulas de las derivadas que se utilizaran de este punto en adelante.
Sea $f(x) = x^n$, donde x es una variable y n una potencia, por ejemplo: $f(x) = x^3, f(x) = x^5$:

Paso 1.

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{[(x+\Delta x)^n] - [x^n]}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{[(x^n + nx^{n-1}\Delta x + \cdots + nx\Delta x^{n-1} + \Delta x^n] - [x^n]}{\Delta x}$$

Paso 2.

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\cancel{x^n} + nx^{n-1}\Delta x + \cdots + nx\Delta x^{n-1} + \Delta x^n - \cancel{x^n}}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{nx^{n-1}\Delta x + \cdots + nx\Delta x^{n-1} + \Delta x^n}{\Delta x}$$

Paso 3.

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{nx^{n-1}\Delta x + \cdots + nx\Delta x^{n-1} + \Delta x^n}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{nx^{n-1}\cancel{\Delta x}}{\cancel{\Delta x}} + \cdots + \frac{nx\Delta x^{n-1}}{\cancel{\Delta x}} + \frac{\Delta x^n}{\cancel{\Delta x}} = \lim_{\Delta x \to 0} nx^{n-1} + \cdots + nx\Delta x^{n-2} + \Delta x^{n-1}$$

Paso 4.

$$\lim_{\Delta x \to 0} nx^{n-1} + \cdots + nx\Delta x^{n-2} + \Delta x^{n-1} = \lim_{\Delta x \to 0} nx^{n-1} + \cdots + nx(0)^{n-2} + (0)^{n-1} nx^{n-1}$$

Por lo tanto, si $f(x) = x \hat{} n$, su derivada será:

$$f'(x) = nx^{n-1}$$

Si retomamos el tema de cuatro pasos con los ejercicios presentados al inicio: $f(x) = x^3, f(x) = x^5$, podremos comprender:
Sea: $f(x) = x^3$

Regla de cuatro pasos

Paso 1.

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{[(x+\Delta x)^3]-[x^3]}{\Delta x}$$
$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{[(x^3+3x^2\Delta x+3x\Delta x^2+\Delta x^3]-[x^3]}{\Delta x}$$

Paso 2.

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\cancel{x^3}+3x^2\Delta x+3x\Delta x^2+\Delta x^3-\cancel{x^3}}{\Delta x}$$
$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{3x^2\Delta x+3x\Delta x^2+\Delta x^3}{\Delta x}$$

Paso 3.

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{3x^2\cancel{\Delta x}}{\cancel{\Delta x}}+\frac{3x\Delta x^{\cancel{2}}}{\cancel{\Delta x}}+\frac{\Delta x^{\cancel{3}}}{\cancel{\Delta x}}$$
$$\lim_{\Delta x\to 0}3x^2\ +3x\Delta x+\Delta x^2$$

Paso 4.

$$\lim_{\Delta x\to 0}3x^2\ +3x(0)+(0)^2$$
$$\lim_{\Delta x\to 0}3x^2\ +0+0$$
$$f'(x)=3x^2$$

Formula de derivación

$$f(x)=x^3$$

Considerando $n=3$ y la formula
$$f'(x)=nx^{n-1}$$

Sustituimos:

$$f'(x)=3x^{3-1}$$

$$f'(x)=3x^2$$

Sea: $f(x)=x^5$

Regla de cuatro pasos

Paso 1.

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{[(x+\Delta x)^5]-[x^5]}{\Delta x}$$
$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{[(x^5+5x^4\Delta x+10x^3\Delta x^2+10x^2\Delta x^3+5x\Delta x^4+\Delta x^5]-[x^5]}{\Delta x}$$

Paso 2.

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\cancel{x^5}+5x^4\Delta x+10x^3\Delta x^2+10x^2\Delta x^3+5x\Delta x^4+\Delta x^5-\cancel{x^5}}{\Delta x}$$
$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{5x^4\Delta x+10x^3\Delta x^2+10x^2\Delta x^3+5x\Delta x^4+\Delta x^5}{\Delta x}$$

Paso 3.

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{5x^4\Delta x}{\cancel{\Delta x}}+\frac{10x^3\Delta x^2}{\cancel{\Delta x}}+\frac{10x^2\Delta x^3}{\cancel{\Delta x}}+\frac{5x\Delta x^4}{\cancel{\Delta x}}+\frac{\Delta x^5}{\cancel{\Delta x}}$$
$$\lim_{\Delta x\to 0}5x^4\ +10x\Delta x+10\Delta x^2+5x\Delta x^3+\Delta x^4$$

Paso 4.

$$\lim_{\Delta x\to 0}5x^4\ +10x(0)+10(0)^2+5x(0)^3+(0)^4$$
$$\lim_{\Delta x\to 0}5x^4\ +0+0+0+0=\ f'(x)=5x^4$$

Formula de derivación

$$f(x)=x^5$$

Considerando $n=5$ y la formula
$$f'(x)=nx^{n-1}$$

Sustituimos:

$$f'(x)=5x^{5-1}$$

$$f'(x)=5x^4$$

Después del análisis del método de cuatro pasos, podemos observar la generación de diversas fórmulas, las cuales serán utilizadas para la determinación de las derivadas del grupo de funciones para la que estas aplican, las siguientes listadas, no son todas las fórmulas, sino las que iremos utilizando a lo largo de los ejercicios, adicionando cada vez más, así como diversos métodos de derivación. Como recomendación en una cartulina, tarjeta u hojas, genera un formulario para que sea más fácil accederlo.

Fórmulas de derivadas algebraicas

Función	*Formula*	*Ejemplo*
$f(x) = c$, donde c es una constante	$f'(x) = 0$	$f(x) = 5 \rightarrow f'(x) = 0$ $f(x) = -8 \rightarrow f(x) = 0$ $f(x) = 6 \rightarrow f'(x) = 0$
$f(x) = cx$, donde c es una constante	$f'(x) = C$	$f(x) = 5x \rightarrow f'(x) = 5$ $f(x) = -8x \rightarrow f(x) = -8$ $f(x) = 6x \rightarrow f'(x) = 6$
$f(x) = x$	$f'(x) = 1$	$f(x) = x \rightarrow f'(x) = 1$
$f(x) = x^n$	$f'(x) = nx^{n-1}$	$f(x) = x^3 \rightarrow f'(x) = 3x^2$ $f(x) = x^5 \rightarrow f'(x) = 5x^4$ $f(x) = x^{16} \rightarrow f'(x) = 16x^{15}$
$f(x) = cx^n$, donde c es una constante	$f'(x) = Cnx^{n-1}$	$f(x) = 4x^3 \rightarrow f'(x) = 4 \cdot 3x^2 = 12x^2$ $f(x) = 2x^5 \rightarrow f'(x) = 2 \cdot 5x^4 = 10x^4$ $f(x) = 10x^{16} \rightarrow f'(x) = 10 \cdot 16x^{15} = 160x^{15}$
$f(x) = p(x) + q(x)$	$f'(x) = p'(x) + q'(x)$	$f(x) = 2x^5 + 4x^3 \rightarrow f'(x) = 10x^4 + 12x^2$ $f(x) = 2x^5 + 3x^2 + 4x + 5 \rightarrow f'(x) = 10x^4 + 3x + 4$
$f(x) = p(x) - q(x)$	$f'(x) = p'(x) - q'(x)$	$f(x) = 2x^5 - 4x^3 \rightarrow f'(x) = 10x^4 - 12x^2$ $f(x) = 2x^5 - 3x^2 - 4x - 5 \rightarrow f'(x) = 10x^4 - 3x - 4$
$f(x) = p(x) \cdot q(x)$	$f'(x) = p'(x)q(x) + q'(x)p(x)$	$f(x) = (10x^4 - 12x^2)(4x^3 + 3x^2)$ $f'(x) = (40x^3 - 24x)(4x^3 + 3x^2) + (12x^2 + 6x)(10x^4 - 12x^2)$
$f(x) = \dfrac{p(x)}{q(x)} \cdot q(x)$	$f'(x) = \dfrac{q'(x)p(x) - p'(x)q(x)}{q^2(x)}$	$f(x) = \dfrac{(10x^4 - 12x^2)}{(4x^3 + 3x^2)}$ $f'(x) = \dfrac{(12x^2 + 6x)(10x^4 - 12x^2) - (40x^3 - 24x)(4x^3 + 3x^2)}{(4x^3 + 3x^2)^2}$

Instrucciones: Registra los apuntes del pizarrón, anotaciones personales y dudas.

Derivadas de Funciones Trascendentales

Las derivadas de funciones trascendentales son las derivadas de funciones que no pueden ser expresadas mediante operaciones algebraicas finitas (suma, resta, multiplicación, división y potenciación con exponentes constantes). Estas funciones incluyen las funciones exponenciales, logarítmicas, trigonométricas y sus inversas.

La derivada de la función logaritmo

La función logaritmo natural $f(x) = \ln x$ tiene una derivada sencilla y esta basada en el hecho que:

$$lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e\ldots\ldots\ldots (1)$$

Formando el cociente de Newton $\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ y usemos las propiedades de los logaritmos, tal como se muestra a continuación:

$$\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} = \frac{ln(x+\Delta x)-ln(x)}{\Delta x}$$

$$= \frac{1}{\Delta x}\ln\left(\frac{x+\Delta x}{x}\right) = ln\left(\frac{x+\Delta x}{x}\right)^{\frac{1}{\Delta x}}$$

En consecuencia, se tiene que

$$\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} = ln\left(1+\frac{\Delta x}{x}\right)^{\frac{1}{\Delta x}} \ldots\ldots\ldots (2)$$

Efectuando el cambio de variable $n = \frac{x}{\Delta x}$, es decir, $\frac{\Delta x}{x} = \frac{1}{n}$ y al mismo tiempo, $\frac{1}{\Delta x} = \frac{n}{x}$, reemplazándolas en expresión (2) resulta:

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} = \lim_{n\to\infty} ln\left(1+\frac{1}{n}\right)^{\frac{n}{x}}$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(ln\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right)^{\frac{1}{x}}$$

Utilizando ahora el límite en (1), se obtiene

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} = \ln e^{\frac{1}{x}}$$

Aplicando la propiedad de los logaritmos resulta que

$$\ln e^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{x}\ln e = \frac{1}{x}$$

En consecuencia, la derivada de la función logaritmo natural es:

$$f(x) = \ln x \to f'(x) = \frac{1}{x}$$

Derivada de la función exponencial

Para hallar la fórmula de la derivada de la función $y = e^x$, escribimos la igualdad

$$\ln e^X = x$$

Y derivamos con respecto a la variable x. Usando la regla de la cadena se obtiene

$$\frac{d}{dx}[\ln e^x] = \frac{d}{dx}[x] \leftrightarrow \frac{1}{e^x}\frac{d}{dx}[e^x] = 1$$

Las derivadas de las otras funciones exponenciales son las siguientes

$$f(x) = e^{kx} \rightarrow f'(x) = ke^{kx}$$
$$f(x) = e^u \rightarrow f'(x) = e^u du$$
$$f(x) = a^x \rightarrow f'(x) = \ln|a|\, a^x$$
$$f(x) = a^u \rightarrow f'(x) = \ln\, |a|a^u du$$

Derivadas de Funciones trigonométricas

$$f(x) = sen\, u \rightarrow f'(x) = \cos u\, du$$
$$f(x) = \cos u \rightarrow f'(x) = -\operatorname{sen} u\, du$$
$$f(x) = tan\, u \rightarrow f'(x) = \sec^2 u\, du$$
$$f(x) = cot\, u \rightarrow f'(x) = -\csc^2 u\, du$$
$$f(x) = \sec u \rightarrow f'(x) = \sec\ u \tan u\, du$$
$$f(x) = csc\, u \rightarrow f'(x) = -\mathrm{cscu} \cot u\, du$$

$$f(x) = arcsen\, u \rightarrow f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}}du$$
$$f(x) = arccos\, u \rightarrow f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}}du$$
$$f(x) = arctan\, u \rightarrow f'(x) = \frac{1}{1+u^2}du$$

$$f(x) = arccot\, u \rightarrow f'(x) = -\frac{1}{1+u^2}du$$
$$f(x) = arcsec\, u \rightarrow f'(x) = \frac{1}{u\sqrt{u^2-1}}du$$
$$f(x) = arc\ csc\, u \rightarrow f'(x) = -\frac{1}{u\sqrt{u^2-1}}du$$

Instrucciones: Registra los apuntes del pizarrón, anotaciones personales y dudas.

Derivadas de orden superior

Primero una breve explicación de como son las Derivadas de orden superior: Al derivar una función cualquiera y=f(x) se genera otra función y'=g(x) como por ejemplo en el caso de: $y = x^2$

Al derivarlo se obtiene la función y'=2x que se le conoce como la primera derivada. De hecho, todo el trabajo realizado hasta este momento en el presente curso ha estado encaminado a obtener la primera derivada.

Pero la primera derivada se puede volver a derivar, generándose una nueva función llamada ahora la segunda derivada; y si ésta última se vuelve a derivar, se obtiene la tercera derivada, y así sucesivamente. Es decir, la segunda derivada resulta de derivar la primera derivada, que en simbología matemática puede escribirse como:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right)$$

Para abreviar la simbología anterior, la segunda derivada se escribe como:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d^2y}{dx^2}$$

La segunda derivada es la derivada de la derivada, no la derivada por la derivada. Son cosas diferentes.

Por ejemplo:

$$y = x^3$$

Entonces la primera derivada es:

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2$$

Y por lo tanto al derivar la derivada (Segunda derivada o derivada bi prima:

$$\frac{d}{dx}3x^2 = 6x$$

Posteriormente:

$$\frac{d^2}{d^2x}6x = 6$$

Y finalmente:

$$\frac{d^3}{d^3x}6 = 0$$

De manera general, ya que una función se puede derivar infinitamente, dependiendo de a las características de la propia función y de las reglas manejadas en esta.

Por lo tanto, al calcular la derivada de una función f, produce otra función que corresponde a la derivada de f y se representa como $Dx\ f(x)\ o\ f'$. A este procedimiento se le llama derivación y la nueva función es la primera derivada de f.

Si nuevamente derivamos ahora, la primera derivada de f, entonces se obtendrá otra función que se denota f'' (se lee "f biprima") y que se denomina la segunda derivada de f, la que a su vez puede ser nuevamente derivada, y así sucesivamente.

Las derivadas de orden superior son usadas para el cálculo de máximos o mínimos en problemas de aplicación u optimización. Otro de los usos de las derivadas de orden superior es en la búsqueda de la concavidad y el cálculo de los puntos de inflexión para lo cual se requiere de la segunda derivada.

Notaciones para las derivadas de una función

Derivada	$f(x)$	y	$D_x y$	*Leibniz*
Primera	$f'(x)$	y'	$D_x y$	${dx}/{dy}$
Segunda	$f''(x)$	y''	$D_x^2 y$	${d^2y}/{dx^2}$
Tercera	$f'''(x)$	y'''	$D_x^3 y$	${d^3y}/{dx^3}$
Cuarta	$f^{(4)}(x)$	$y^{(4)}$	$D_x^4 y$	${d^4y}/{dx^4}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$n-$*ésima*	$f^{(n)}(x)$	$y^{(n)}$	$D_x^n y$	${d^ny}/{dx^n}$

Instrucciones: Registra los apuntes del pizarrón, anotaciones personales y dudas.

Instrucciones: Resuelve los ejercicios solicitados mediante el método requerido.

1.	2.	3.	4.
5.	6.	7.	8.
9.	10.	11.	12.

13.	14.	15.	16.
17.	18.	19.	20.

21.	22.
23.	24.

25.	26.
27.	28.
29.	30.
31.	32.

33.	34.
35.	36.

37.

38.

39.

40.

DIV-E03: Criterios de Evaluación	**Entrega Normal**				**Entrega Tardía**				**Entrega Extemporánea**			
E: Excelente: Realiza la lectura y subraya partes importantes, registras apuntes completos, resuelves la totalidad de ejercicios correctamente. **B: Bueno:** Realiza la lectura y subraya, pero no partes importantes, registras apuntes incompletos, resuelves la mayoría de los ejercicios correctamente. **S: Suficiente:** Omite alguna de las actividades **I: Insuficiente:** No realiza ninguna actividad o es completamente deficiente.	**E: 1.20**	**B:0.96**	**S:0.72**	**I:0.36**	**E: 0.96**	**B: 0.84**	**S: 0.72**	**I:0.36**	**E: 0.72**	**B: 0.60**	**S: 0.48**	**I:0.36**

DIV-CU: Cuestionario de Cierre			
Nombre del alumno:		Fecha:	

Instrucciones: Resuelve el cuestionario en línea, recuerda que el puntaje es extra a la escala de valoración, así que es para tu propio apoyo en calificaciones, así que solo estará abierto los días indicados: 28 de noviembre al 1 de diciembre, sin posibilidad alguna de ser reaperturado.

https://forms.gle/deL6t8PCa1rLkjAV9

Entrega Normal (Valor Extra)					
0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.0

SEGUNDO PARCIAL

Aplicaciones de la Derivadas (ADE)

Progresiones	Metas	Categorías	Subcategorías
11: Resuelve problemas de su entorno o de otras áreas del conocimiento empleando funciones y aplicando la derivada (e. g. problemas de optimización), organiza su procedimiento y lo somete a debate.	**M4** Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.	**C2** Procesos de intuición y razonamiento.	**S1** Capacidad para observar y conjeturar. **S2** Pensamiento intuitivo **S3** Pensamiento formal.
	M4 Construye y plantea posibles soluciones a problemas de Áreas de Conocimiento, Recursos Sociocognitivos, Recursos Socioemocionales y de su entorno, empleando técnicas y lenguaje matemático.	**C3** Solución de problemas y modelación.	**S2** Construcción de modelos. **S3** Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios.
	M2 Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.	**C4** Interacción y lenguaje matemático.	**S3** Ambiente matemático de comunicación.
12: Examina la gráfica de funciones logarítmicas con diferentes bases y las gráficas de las funciones exponenciales para describirlas y realizar afirmaciones sobre el significado de que la función exponencial y logarítmicas de base "a" sean funciones inversas entre sí.	**M3** Compara hechos, opiniones o afirmaciones para organizarlos en formas lógicas útiles en la solución de problemas y explicación de situaciones y fenómenos.	**C2** Procesos de intuición y razonamiento.	**S1** Capacidad para observar y conjeturar. **S2** Pensamiento intuitivo **S3** Pensamiento formal.
	M2 Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.	**C3** Solución de problemas y modelación.	**S2** Construcción de modelos.
13: Analiza y describe un fenómeno en el que la periodicidad sea un constituyente fundamental a través del estudio de propiedades básicas funciones trigonométricas.	**M2** Desarrolla la percepción y la intuición para generar conjeturas ante situaciones que requieren explicación o interpretación.	**C2** Procesos de intuición y razonamiento.	**S1** Capacidad para observar y conjeturar. **S3** Pensamiento intuitivo.
	M2 Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.	**C3** Solución de problemas y modelación.	**S2** Construcción de modelos.
14: Selecciona una problemática, situación o fenómeno tanto real como ficticio para modelarlo utilizando funciones derivables.	**M4** Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.	**C2** Procesos de intuición y razonamiento.	**S1** Capacidad para observar y conjeturar. **S2** Pensamiento intuitivo **S3** Pensamiento formal.
	M2 Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno.	**C3** Solución de problemas y modelación.	**S1** Uso de modelos. **S2** Construcción de modelos. **S3** Estrategias heurísticas y ejecución de procedimientos no rutinarios.
	M4 Organiza los procedimientos empleados en la solución de un problema a través de argumentos formales para someterlo a debate o a evaluación.	**C4** Interacción y lenguaje matemático.	**S2** Negociación de significados. **S3** Ambiente matemático de comunicación.
15: Considera y revisa algunas ideas subyacentes al teorema fundamental del cálculo.	**M4** Argumenta a favor o en contra de afirmaciones acerca de situaciones, fenómenos o problemas propios de la matemática, de las ciencias o de su contexto.	**C2** Procesos de intuición y razonamiento.	**S1** Capacidad para observar y conjeturar. **S2** Pensamiento intuitivo **S3** Pensamiento formal.

Clave	Actividad	Página(s)	Excelente	Bueno	Suficiente	Insuficiente	Periodo ordinario de realización
ADE-E01	Aplicaciones de la derivada	87 a 92	1.00	0.80	0.60	0.30	1 al 5 de diciembre
ADE-E02	Máximos, Mínimos y Puntos de inflexión	93 a 97	1.00	0.80	0.60	0.30	8 al 12 de diciembre
B3-CU	Cuestionario de cierre	98	0.50				12 al 15 de diciembre

ADE-E01: Aplicaciones de la derivada

Nombre del alumno:		Fecha:	

Actividades:
1. Realización de la lectura
2. Realización de organizador gráfico

Instrucciones: Realiza la lectura conforme indicaciones del docente, subraya las partes importantes, realiza anotaciones conforme tus inquietudes.

Aplicaciones de la derivada en la vida real.



Como ya hemos visto en entradas anteriores, las matemáticas permiten crear modelos teóricos que sirven para explicar fenómenos de la vida real.

Ya sabemos que la derivada de una función es una medida de la rapidez con la que cambia el valor de dicha función según cambie el valor de su variable independiente o, dicho de otro modo, la derivada de una función nos indica el ritmo con el que dicha función varía (crece, decrece o permanece constante) cuando se producen pequeños cambios en la variable independiente.

Fíjate, no es lo mismo...

En los tres casos descendemos, pero no al mismo ritmo. En el primer caso, descendemos despacio; en el segundo, el descenso es más rápido, pero en el tercero, ¡es una locura!

Mediante el estudio de funciones y, más concretamente, mediante el uso de la derivada podemos conocer:

- la variación del espacio en función del tiempo
- el crecimiento de una bacteria en función del tiempo
- el desgaste de un neumático en función del tiempo
- el beneficio de una empresa en función del tiempo...

De ahí que el uso de la derivada resulte fundamental en muchas situaciones de la vida cotidiana.

En matemáticas utilizamos derivadas para estudiar el comportamiento de las funciones, hallar los intervalos de crecimiento, de decrecimiento, los máximos y mínimos relativos y absolutos, los intervalos de concavidad y convexidad, los puntos de inflexión...

También nos ayudamos de las derivadas para resolver problemas de optimización (conseguir el valor óptimo de una función sujeta o no a ciertas condiciones)

Pero las aplicaciones de las derivadas no se reducen al ámbito matemático. Vamos a concretar algunas de las aplicaciones del concepto de derivada a diversos campos de la vida real.

Aplicaciones a la geometría

$$\frac{d}{dr}\pi r^2 = 2\pi r$$

$$\frac{d}{dr}\frac{4}{3}\pi r^3 = 4\pi r^2$$

- La derivada de la superficie o área es la longitud.
- La derivada del volumen es la superficie.

Aplicaciones a la física

Cinemática:

- La velocidad instantánea es la derivada del espacio respecto del tiempo.
- La aceleración instantánea es la derivada de la velocidad respecto del tiempo. Por tanto, la aceleración instantánea es la segunda derivada del espacio respecto del tiempo.

Dinámica

- La derivada del momento lineal con el tiempo es la fuerza.
- La derivada de la fuerza con respecto a la posición es la energía (potencial, cinética, trabajo...)

Termodinámica

- Si una sustancia dada se mantiene a una temperatura constante, entonces su volumen V depende de la presión P. La compresibilidad isotérmica está relacionada con la derivada del volumen respecto a la presión mediante la siguiente fórmula:

$$C = -\frac{1}{V}\frac{dV}{dp}$$

Física de materiales

- La derivada de la masa con respecto a la longitud/superficie/volumen es la densidad.

Electrostática

- La derivada de la carga eléctrica con respecto al tiempo es la intensidad de corriente.

Aplicaciones a la química

- Cuando se produce una reacción química, las concentraciones de los reactivos y productos van cambiando con el tiempo hasta que se produce el equilibrio químico, en el cual las concentraciones de todas las sustancias permanecen constantes. La velocidad de reacción química es la derivada de la concentración de un reactivo o producto en función del tiempo.

Aplicaciones a la biología

- Permite el estudio de evolución de poblaciones de bacterias, de otras especies animales, de plantas... Se han deducido expresiones para el "Número de individuos" (tamaño de la población) según el tipo de crecimiento que presentan, y para obtener dicho crecimiento se necesitan las derivadas:
- Se sabe que un material radioactivo se desintegra con una rapidez proporcional a la cantidad presente en cualquier instante, por lo que, usando el cálculo diferencial, se puede encontrar la expresión de la cantidad de material radiactivo en función del tiempo.

Aplicaciones a la medicina

- El concepto de derivada permite conocer la evolución de ciertas enfermedades puesto que podemos modelizar el número de bacterias, virus, células infectadas... y estudiar su ritmo de crecimiento/decrecimiento al utilizar fármacos, comprobando así su efectividad.
- Podemos estudiar la evolución de ciertas epidemias puesto que podemos modelizar el número de enfermos en función del tiempo transcurrido.

Aplicaciones a la ingeniería

- Los ingenieros químicos o ingenieros en procesos utilizan la derivada para representar fenómenos que ocurren en un proceso mediante el uso de ecuaciones diferenciales.
- Se utilizan en los sistemas de tratamiento de aguas residuales, así como en la recogida y tratamiento de residuos.
- También son de gran utilidad en los estudios de contaminación y diagnóstico.
- En ingeniería industrial se utiliza mucho la derivada para reducir costes al fabricar un producto (optimización).

Aplicaciones a la arquitectura

- En arquitectura, es frecuente trabajar con curvas complejas (paraboloides, hiperboloides, superficies irregulares...) de las que necesitamos obtener información relevante (máximos, mínimos, zonas de concavidad y convexidad...)
- También se utiliza la derivada (y la integral) para calcular áreas y volúmenes de regiones y sólidos de revolución.
- Para resolver problemas de optimización (reducir costes de los materiales)
- Resultan de gran utilidad en el diseño de vías y carreteras, más específicamente, en el estudio de su curvatura.

Aplicaciones a la economía

- El uso de la derivada permite resolver múltiples problemas de optimización en el ámbito económico (conseguir que una empresa obtenga el máximo beneficio, los ingresos máximos, los costes mínimos...)
- También permite estudiar la evolución de determinados fenómenos de índole económica (índice de la bolsa, evolución de la economía, beneficios de una empresa...) en función del tiempo (crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos...), proporcionando información muy útil para el empresario a la hora de tomar decisiones.
- La derivada es una herramienta de gran utilidad en economía puesto que nos permite realizar cálculos marginales, es decir, hallar la razón de cambio cuando se agrega una unidad adicional al total, sea cual sea la cantidad económica que se esté estudiando (coste, ingreso, beneficio, producción...)

Instrucciones: Realiza un organizador grafico de aplicaciones de la derivada, colorido y atractivo.

ADE -E01: Criterios de Evaluación		Entrega Normal				Entrega Tardía				Entrega Extemporánea			
		E: 1.0	B: 0.80	S: 0.60	I: 0.30	E: 0.80	B: 0.70	S: 0.60	I: 0.30	E: 0.60	B:0.50	S: 0.40	I:0.30
E: Excelente:	Realiza la lectura y subraya partes importantes, realizas el organizador grafico colorido, atractivo y conforme las temáticas de continuidad de funciones, resuelve correctamente la totalidad del cuestionario.												
B: Bueno:	Realiza la lectura y subraya, pero no partes importantes, realizas el organizador gráfico, pero no es colorido, atractivo ni conforme las temáticas de continuidad de funciones, resuelve correctamente la mayoría del cuestionario.												
S: Suficiente:	Omite alguna de las actividades												
I: Insuficiente:	No realiza ninguna actividad o es completamente deficiente.												

ADE-E02: Ejercicios de aplicación de la derivada			
Nombre del alumno:		**Fecha:**	

Actividades:
1. Registro de apuntes
2. Realización de ejercicios de ejercicios de aplicación

Instrucciones: Registra los apuntes del pizarrón, anotaciones personales y dudas.

Instrucciones: Resuelve los ejercicios solicitados mediante el método requerido.

ADE -E02: Criterios de Evaluación		Entrega Normal				Entrega Tardía				Entrega Extemporánea			
E: Excelente:	Realiza la lectura y subraya partes importantes, realizas el organizador grafico colorido, atractivo y conforme las temáticas de continuidad de funciones, resuelve correctamente la totalidad del cuestionario.	**E: 1.0**	**B: 0.80**	**S: 0.60**	**I: 0.30**	**E: 0.80**	**B: 0.70**	**S: 0.60**	**I: 0.30**	**E: 0.60**	**B:0.50**	**S: 0.40**	**I:0.30**
B: Bueno:	Realiza la lectura y subraya, pero no partes importantes, realizas el organizador gráfico, pero no es colorido, atractivo ni conforme las temáticas de continuidad de funciones, resuelve correctamente la mayoría del cuestionario.												
S: Suficiente:	Omite alguna de las actividades												
I: Insuficiente:	No realiza ninguna actividad o es completamente deficiente.												

ADE-CU: Cuestionario de Cierre			
Nombre del alumno:		Fecha:	

á abierto los días indicados: 12 al 15 de diciembre, sin posibilidad alguna de ser reaperturado.

https://forms.gle/9kF2EPk9FyWf47JK9

Entrega Normal (Valor Extra)					
0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.0

Final Parte II			
Nombre del alumno:		**Fecha:**	

Trabajo Final parte II										
1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1	0.0

Si te Drogas te Dañas

Estrategia en el Aula- Prevención de Adicciones	Mariguana		Septiembre
Nombre del alumno:		Fecha:	

Revisión Primer Parcial 0.2

Si te Drogas te Dañas

Estrategia en el Aula- Prevención de Adicciones	Mariguana	Octubre

Nombre del alumno:		Fecha:	

Revisión Primer Parcial 0.2

Si te Drogas te Dañas

Estrategia en el Aula- Prevención de Adicciones **Mariguana** **Noviembre**

Nombre del alumno:		Fecha:	

Revisión Segundo Parcial 0.2

Si te Drogas te Dañas

Estrategia en el Aula- Prevención de Adicciones | Mariguana | Diciembre

Nombre del alumno:		Fecha:	

Revisión Segundo Parcial 0.2

Planea **Sistema de numeración decimal - leer un número**			
Nombre del alumno:		**Fecha:**	8 al 12 de septiembre

https://pruebat.org/SaberMas/MiClase/inicia/9610/2885d3439930564fa4b514226d5bcd2e/149292

Realiza un resumen del video, resuelve el cuestionario enviándolo por correo y presenta a sello durante la sesión

Revisión

Planea

Números reales: una sopa de números

Nombre del alumno:		**Fecha:**	29 de septiembre al 3 de octubre

https://pruebat.org/SaberMas/MiClase/inicia/9610/22c5eb946846ac78fb5dfacb45c15867/158402

Realiza un resumen del video, resuelve el cuestionario enviándolo por correo y presenta a sello durante la sesión

Revisión

Planea

Identificar propiedades de los números reales

Nombre del alumno:		**Fecha:**	20 al 24 de octubre

https://pruebat.org/SaberMas/MiClase/inicia/9610/2b37672c20bbd0aa705935942268bb5d/158404

Realiza un resumen del video, resuelve el cuestionario enviándolo por correo y presenta a sello durante la sesión

Revisión

Planea

Comparar una suma de fracciones con otra cantidad

Nombre del alumno:		**Fecha:**	10 al 14 de noviembre

https://pruebat.org/SaberMas/MiClase/inicia/9610/7093756c5917f9b6e05ef7ab09d8ee51/149341

Realiza un resumen del video, resuelve el cuestionario enviándolo por correo y presenta a sello durante la sesión

Revisión

Planea

Números decimales en la recta numérica

Nombre del alumno:		**Fecha:**	1 al 5 de diciembre

https://pruebat.org/SaberMas/MiClase/inicia/9610/5fc2ceef7a3380d11756847e11629e19/141146

Realiza un resumen del video, resuelve el cuestionario enviándolo por correo y presenta a sello durante la sesión

Revisión